

# 第三届代数与表示论前沿进展研 讨会

## 会 议 手 册



北京师范大学数学科学学院

2020年9月19-20日

# 第三届代数与表示论前沿进展研讨会

2020 年 9 月 19-20 日

由惠昌常教授发起，由首都师范大学与北京师范大学代数表示论团队联合举办的代数与表示论前沿进展研讨会，自 2019 年 5 月以来已连续举办两届；这个系列研讨会旨在让研究生了解代数和相关方向的一些发展趋势和最新进展，开拓他们的研究视野，并培养他们提出问题和解决问题的创新思维及能力。

第三届代数与表示论前沿进展研讨会定于 2020 年 9 月 19-20 日在北京师范大学举行（线上），得到北京师范大学数学科学学院和国家自然科学基金重点项目的支持。本次会议邀请到 9 位著名代数学家和青年代数学家作特邀报告，涉及代数学前沿研究广泛的主题：

第 1 天上午的特邀报告涉及多项式的雅可比猜想，连通 Hopf 代数的结构，二面体群的群代数的对偶。第 1 天下午的特邀报告涉及量子 Borchers-Bozec 代数，三角和仿射李代数，量子群  $U_q(\mathfrak{sl}_2)$  上模的张量积。第 2 天上午的特邀报告涉及 Ringel-Hall 代数的 Fourier 变换，奇异 Hochschild 上同调的 Keller 猜想，Prüfer 环的小 finitistic 维数。

由于疫情限制，本次会议以腾讯会议的方式进行：

**9 月 19 日 会议号：779 822 669 会议密码：2235**

**9 月 20 日 会议号：182 358 327 会议密码：2235**

● **温馨提示：**

1. 每位报告人的报告时间为 50 分钟。
2. 请提前下载腾讯会议软件：<https://meeting.tencent.com/>

会议主会场：北京师范大学数学科学学院 1124 报告厅；

会议组委会：胡维、刘玉明（北京师范大学）；

惠昌常、陈红星（首都师范大学）。

## 第三届代数与表示论前沿进展研讨会程序册

9月19日 会议号: 779 822 669 会议密码: 2235

时间	报 告	主持人
8:00-8:30	8:00 开放会议室, 8:25 开幕式	胡维
8:30-9:20	杜现昆 (吉林大学): 多项式导子的像与 Mathieu 子空间	惠昌常
9:30-10:20	卢涤明 (浙江大学): The structure of connected (graded) Hopf algebras	
10:40-11:30	刘公祥 (南京大学): A combinatorial identity and the finite dual of infinite dihedral group algebras	
11:40-14:00	午休	
14:00-14:50	樊赵兵 (哈尔滨工程大学): Quantum Borchers-Bozec algebras	胡维
15:00-15:50	王清 (厦门大学): Trigonometric Lie algebras, affine Lie algebras, and vertex algebras	
16:20-17:10	陈洪佳 (中国科学技术大学): Tensor products of $\mathbb{C}[K^{\pm 1}]$ -free modules for $U_q(\mathfrak{sl}_2)$	

9月20日 会议号: 182 358 327 会议密码: 2235

时间	报 告	主持人
8:30-9:20	邓邦明 (清华大学): Fourier transforms on Ringel-Hall algebras	刘玉明
9:30-10:20	陈小伍 (中国科学技术大学): Leavitt path algebras, $B_\infty$ -algebras and Keller's conjecture for singular Hochschild cohomology	
10:40-11:30	王芳贵 (四川师范大学): 关于 Prüfer 环的小 finitistic 维数	

# 会议特邀报告摘要

## Tensor products of $\mathbb{C}[K^{\pm 1}]$ -free modules for $U_q(\mathfrak{sl}_2)$

陈洪佳 (中国科学技术大学 hjchen@ustc.edu.cn)

We study the  $\mathbb{C}[K^{\pm 1}]$ -free modules for the quantum group  $U_q(\mathfrak{sl}_2)$  and their tensor products with finite-dimensional simple modules. We obtain some direct sum decomposition formulas for the tensor products, which are similar to the classical Clebsch-Gordan formulas. This talk is based on joint works with Yan-an Cai, Xiangqian Guo, Yao Ma and Mianmian Zhu.

## Leavitt path algebras, $B_\infty$ -algebras and Keller's conjecture for singular Hochschild cohomology

陈小伍 (中国科学技术大学 xwchen@mail.ustc.edu.cn)

Keller's conjecture establishes a link between the singular Hochschild cohomology and the Hochschild cohomology of the dg singularity category on the  $B_\infty$ -level. Using Leavitt path algebras, we confirm Keller's conjecture for any radical-square-zero algebra: there is an isomorphism in the homotopy category of  $B_\infty$ -algebras between the Hochschild cochain complex of the dg singularity category and the singular Hochschild cochain complex of the algebra. We prove that Keller's conjecture is invariant under one-point (co)extensions and singular equivalences with levels. This is joint with Huanhuan Li and Zhengfang Wang.

## Fourier transforms on Ringel-Hall algebras

邓邦明 (清华大学 dengbm@bnu.edu.cn)

We make a comparison between Lusztig's symmetries and the isomorphisms defined by Sevenhant and Van den Bergh via combining BGP-reflection isomorphisms and Fourier transforms on the double Ringel-Hall algebra of a quiver. This talk is based on joint work with Chenyang Ma.

## 多项式导子的像与 Mathieu 子空间

杜现昆 (吉林大学 duxk@jlu.edu.cn)

介绍雅可比猜想、多项式导子的像、Mathieu 子空间的联系. 证明一类三元多项式导子的像是 Mathieu 子空间. (与田海峰, Wenhua Zhao 合作)

## Quantum Borchers-Bozec algebras

樊赵兵 (哈尔滨工程大学 fanzhaobing@hrbeu.edu.cn)

In this talk, I will introduce quantum Borchers-Bozec algebras and their recent developments, including classical limit, representations and geometric realization etc.

## A combinatorial identity and the finite dual of infinite dihedral group algebras

刘公祥 (南京大学 gxliu@nju.edu.cn)

In this talk, we want to present a combinatorial identity which is closely related to the multi-dimensional integral  $\gamma_m$  in the study of divisor functions. As an application, we determine the finite dual of the group algebra of infinite dihedral group.

## The structure of connected (graded) Hopf algebras

卢涤明 (浙江大学 dmlu@zju.edu.cn)

We establish a structure theorem for connected graded Hopf algebras over a field of characteristic 0 by claiming the existence of a family of homogeneous generators and a total order on the index set that satisfy some excellent conditions. The approach to the structure theorem is constructive based on the combinatorial properties of Lyndon words and the standard bracketing on words. As a consequence of the structure theorem, we show that connected graded Hopf algebras of finite Gelfand-Kirillov dimension over a field of characteristic 0 are all iterated Hopf Ore extensions of the base field.

## 关于 Prüfer 环的小 finitistic 维数

王芳贵 (四川师范大学 wangfg2004@163.com)

1932 年, Prüfer 引入了一类整环, 即每个非零的有限生成理想是可逆理想的整环, 等价地,  $w.gl.\dim(R) \leq 1$ 。1936 年, Krull 将其命名为 Prüfer 整环。由于 Prüfer 整环有许多好的环结构理论和同调性质, 1970 年, Griffin 将这一概念建立一般交换环上, 引入了 Prüfer 环的概念。交换环  $R$  被称为 Prüfer 环, 是指每个有限生成正则理想是可逆理想。2006 年 Bazzoni 和 Glaz 对 Prüfer 环的研究成果进行了收集和整理, 但这些结果都是从乘法理想理论研究理论得到的。在 2014 年 Cahen-Fontana-Frisch-Glaz 提出了如下公开问题

**Problem 1a:** Let  $R$  be a Prüfer ring. Is  $fPD(R) \leq 1$

**Problem 1b:** Let  $R$  be a total ring of quotients. Is  $fPD(R) = 0$ ?

我们利用有限生成半正则理想的乘法系, 建立了一套与  $\omega$ -模类似的 Lucas 模系统, 再构造反例, 对以上两个公开问题给出了否定的回答。

## Trigonometric Lie algebras, affine Lie algebras, and vertex algebras

王清 (厦门大学 qingwang@xmu.edu.cn)

We present natural connections among trigonometric Lie algebras, affine Lie algebras, and vertex algebras. More specifically, we prove that restricted modules for trigonometric Lie algebras naturally correspond to equivariant quasi modules for the affine vertex algebra. Furthermore, we prove that every quasi-finite unitary highest weight irreducible module of type A trigonometric Lie algebra gives rise to an irreducible equivariant quasi module for the simple affine vertex algebra. This is a joint work with Haisheng Li and Shaobin Tan.